

Bulletin of Special Education 1995, 13, 1 – 26

National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan, R.O.C.

## SEXUAL HARASSMENT EXPERIENCES OF JUNIOR HIGH SCHOOL STUDENTS WITH AND WITHOUT MENTAL RETARDATION

Jeng-Jyh Duh

National Taiwan Normal University

### ABSTRACT

The purpose of the study was to investigate sexual harassment experiences of junior high school students with and without mental retardation (MR). Subjects consisted of 1085 regular class students and 564 MR students (either in the resource room or self-contained class). A researcher-designed instrument was employed to cull both active and passive sexual harassment behaviors. Results indicated (a) in the active sexual harassment, regular class students were more likely to harass others than the MR group were; for both groups, victims were likely to be schoolmates of the opposite sex; both groups offended others more frequently on campus than other places. As a whole, boys had far more active sexual harassment behaviors than girls did. Active sexual harassment behaviors were also associated with living location, family structure, parents' marital status, and father's education level. And (b) in terms of passive sexual harassment, compared to their regular peers, the MR group were more likely to be sexually harassed and were more frequently offended by strangers. As a whole, girls were more likely to be victims of sexual harassment. Other factors that affected passive sexual behaviors included the family structure, parents' marital status, the living location, and mother's educational level.

國立臺灣師範大學特殊教育學系，特殊教育中心  
特殊教育研究學刊，民84，13期，27–44頁

## 聽覺障礙學生分數減法 演算歷程之診斷分析

黃桂君

新竹師範學院

本研究在透過分數減法演算歷程的作業結構分析，編製「分數減法診斷測驗」，同時採用結構性反應觀察表格，建立分數減法演算歷程診斷分析模式並檢驗其有效性，以比較聽障學生與普通學生分數減法演算歷程之差異。本研究以581名聽覺障礙學生與746名普通學生為研究對象，施測所得資料先進行心理計量分析，再以集群分析法診斷學生能力。其中，心理計量分析包括：運用Rasch模式與線性logistic模式進行題目參數、試題內容成份參數、能力值、內適合度與外適合度的估計。

本研究主要的發現為：

1. 聽障組與普通組學生在「成份組型」與「能力值與內外適合度」兩項分數減法演算歷程之診斷分析模式中，均以「成份組型診斷分析模式」較能有效地歸類學生能力所屬的「認知狀態」。
2. 本研究經由作業結構分析與線性logistic模式的試題內容成份參數分析，得以周全地分解演算「分數減法」所需的試題內容成份，並詮釋了各成份結構間的關係。試題內容成份模式四的成份分析較能解釋聽障組與普通組學生題目難度的變異。
3. 聽障組與普通組學生在各試題內容成份難度值的估計值均大於普通組，從試題內容成份參數間的變異，可反映出學生能力差異的狀況。

### 緒論

解題一直是人類生存所必需的活動，處於今日急速變遷及知識爆炸的時代，人類越來

本研究係節錄自作者博士論文，蒙林寶貴教授、吳裕益教授指導，論文考試委員林來居教授、林清山教授、林幸台教授惠予審查，謹此致謝。

越依賴數學作為解決各類問題的工具，也因此，數學解題能力的培養必然成為教育的主要目標（楊瑞智，民83；National Research Council, 1989）。然而，數學的學習屬於複雜的高層心智活動，不僅涉及實體世界與符號表徵的理解與連結，且關聯著學生語言和表徵思維的發展。誠如Meadow (1980) 所言：「基本上，聽覺障礙所剝奪的不是聲音，而是語言」（引自林寶貴、鍔寶香，民80），聽覺障礙學生由於

缺乏聽覺輸入，僅能依賴其他感覺線索發展其認知結構，對於抽象概念的學習有極大的影響。

自 Piaget 認知發展論的觀點而知，語言的獲得是前操作期的重要發展，只要兒童能精確理解符號的意義，就可以運用代表外界的表徵符號來預設行動；而在形式操作期中，青少年開始發展所謂的「假設性演繹思維」(hypothetico-deductive thought)，其心智操作已超越感覺現象，進入純粹理念的領域，開始利用指述或假設，透過邏輯關係從事事象可能性的論斷，以協助問題的分析與解決（引自黃桂君，民80）。Vygotsky 更從社會心理語言學的角度，說明語言和高層認知思考的關係。他以「心理工具」(psychological tools)、「符號」(signs)或「說話」(speech)等「中介」(mediation)，解釋概念「轉化」(transformation)或「重組建構」(reconstruction)等高層心智功能發展過程。同時，個人與社會的互動使得個體間的心理運作 (interpsychological processing) 得以轉化 (transaction) 為個體內心理運作 (intrapyschological processing)，進而發展高層認知思考能力（引自 You & Schallert, 1992）。因此，聽覺經驗不足所造成的語言能力貧乏，對於必需經由社會性互動，以「心理工具」、「符號」或「說話」為「中介」來完成的高層抽象認知能力的發展，諸如抽象數學概念學習，必然帶來極大的影響與虧傷。

數學課程所涉及的抽象概念、符號，以及文字題所運用的數學語言陳述語句，對聽障學生而言，並不容易理解。國內有關於聽覺障礙學生數學能力的研究顯示，聽障學生數學學習約落後普通學生四至五個年級的程度，而且年級愈高差距愈大（林寶貴、李如鵬，民79；林寶貴、鍇寶香，民80）；而美國「聽覺障礙示範中等學校」(model Secondary School for the Deaf)，以及「聽覺障礙技術學院」(the National Technical Institute for the Deaf) 的教育人員也強烈意識到聽障學生在數學學習具有特殊的困難，極力呼籲重視在這些課程領域的研究 (Bone et al., 1984)，均顯示出聽障學生數

學學習能力診斷研究的迫切性。

近年來，更由於知識的建構論與認知心理學的發展，為人類思考和學習過程研究開創了新的方向。其中，較重要者有二：(1)知識論對知識的本質與知識的成長之看法，已從早期經驗主義與實証主義「知識是真理」的定義，轉而認為「知識是來自於人類主觀建構的歷程」。(2)學習心理學遠離行為主義「刺激與反應聯結」的學習論，逐漸趨向於探討人類認知歷程與表徵理論對學習的意義，並對於人類知識之獲取、組織、提取、以及問題解決建立良好的詮釋模式（許榮富、洪振方，民82；Novak, 1988；Ronning, Glover, Conoley & Witt, 1987；Wittrock & Baker, 1991）。這些理念對於聽覺障礙教育數學領域研究的意涵為：學生在學習數學過程中，扮演主動思考的角色。故必須從學生的數學學習的歷程診斷，深入地理解學生是如何學習。

因此，基於新的研究理念，有關於能力診斷的程序可以歸納出四項基本的要素：(1)描述學生在特定領域的學習狀態，包括瞭解學生學習進展與學習困難 (McArthur & Choppin, 1984；Thomas, 1983)。(2)建立一參考架構以對此描述進行詮釋 (Delandshere, 1985)。(3)對此描述的詮釋，必須對所確認問題深入認識 (McArthur & Choppin, 1984；Thomas, 1983)。(4)能夠對未來教學的設計與實施提供有效的方向 (Delandshere, 1985；Thomas, 1983)。這四個基本要素，隱然說明了成功的教育診斷所應該達成的目標。

過去，能力診斷測驗僅以個人在試題上答對或答錯的二元計分方式來估計學生的能力，或以否定的觀點來考量學生自我建構的知識，這種評量取向，通常以年齡等值分數或年級等值分數來代表個人的能力水準，雖然可以說明個人能力在團體中的相對地位，但是並無法對於實際教學提供積極的訊息。因為，所謂年級等值分數事實上只是學生在試題所得總分的換算，難以清楚描述學生能力真正的特質，所以在能力診斷上必須對測量的工具作根本的調整，

以達成診斷學生微觀的認知歷程為主要的目的。「數學測驗是否能夠對於學生能力進行有效的評量？」便成為聽障教育中數學學習評量領域首要思考的課題。

雖然，聽覺障礙研究領域甚少涉及數學能力或概念發展的探討 (Beher, Wachsmuth & Post, 1985；Post, Wachsmuth, Lesh, & Behr, 1985；Titus, 1992)，多數僅將數學能力當作為一項學業成就的依變項，以說明不同的教育安置 (Johnson, 1989；Kluwin & Moores, 1989；Tripp & Barbara, 1986；Zwiebel, 1988)、認知功能 (Craig & Gordon, 1988；Martin & Jonas, 1988)、或環境互動品質 (Mertens & Kluwin, 1986) 對於學業成就的影響。而以數學成就為主的研究，則集中於探討影響數學成就的個人背景因素（例如：林寶貴、李如鵬，民79；林寶貴、鍇寶香，民80；翁素珍，民78；Kluwin, 1989；berger, 1986；Ragosta, 1985）。從學習建構論與知識結構論的基本觀點反省聽障學生的數學研究，這種只將「數學能力」當為一項靜態「學習的結果」，而以數學成就測驗的總分代表能力高低的研究設計，事實上難以推測聽障學生數學能力潛在的認知結構，嚴格說來，對於學生的數學能力並無法有太深入的理解。

基於達成精確測量的目的，良好的能力診斷測驗必須能反映出知識的結構。根據認知心理學的研究，數學非文字演算題屬於「程序性知識」(procedural knowledge)，是由「條件」(condition)與「行動」(action)配對而成 (Minsky, 1975；Rumelhart & Norman, 1983；Shank & Abelson, 1975)，因此在編擬試題時首先應詳細分析作業的成份，建構具有結構性的反應觀察表格 (constructed-response formats)，明確地提出構念效度的證據。再者，運用項目反應理論 (item response theory) 與「試題無關」(item free)、「受試無關」(subject free) 的題目參數與能力參數估計的特性，更得以突破傳統診斷工具的設計，對於學生在測驗的表現進行更細緻的觀察，達成透過學生在試題上的反應，來推論個人潛在認知歷程的目的。

因此，新的研究取向提供本研究對以往研究的省思，而自語言與高層概念學習間的關係，更彰顯了數學能力診斷研究對於聽障教育的重要。從數學課程的剖析更可以發現，分數單元的學習是一複雜的認知歷程，在學生比例推理發展中扮演著基礎性的角色 (Titus, 1992)，而分數的演算同時涉及著分數的概念與其他的運算符號的結合，更是分數概念最基本的應用，。因此，本研究選擇「分數減法」為素材，主要目的在透過試題成份分析，設計更精緻的研究工具，有效進行聽覺障礙學生數學分數減法演算能力的診斷分析，期能在特殊教育的評量與診斷研究上，提供更多具建設性的建議。

## 研究方法

### 一、研究樣本

本研究取樣年級以教育部頒佈之國小數學課程與啓聰學校（班）數學課程為標準，限定在學生學完全部的分數減法演算後的次一年級。故聽障組以八十三學年度全國啓聰學校（班）國中一年級學生，普通組則以國小六年級學生為施測對象。但為避免該年級聽障學生人數較少，影響統計結果的精確性，所以同時將，全國啓聰學校（班）國中學生納為樣本，共計581名。

而在普通組部份，由於，本研究所編製的測驗係以診斷學生分數減法演算歷程為目的，而不建立「分數減法診斷測驗」代表性的常模，所以不以全台灣區為取樣範圍。為從作答結果蒐集到豐富的資料，有效檢驗診斷分析模式的有效性，因此普通組學生樣本的選取採用非概率取樣 (non-probabilistic sampling)，在考慮抽樣的可行性後，樣本取自八十三學年度臺南市安慶國小、和順國小、安順國小、石門國小；臺南市北門國小、歡雅國小與澎湖縣興仁國小、赤崁國小等八所學校746名六年級學生。

### 二、研究工具

本研究以研究者自編之「分數減法診斷測驗」為施測工具，採計算題方式呈現，要求學

生完整寫出演算式予以分析其演算過程。

從分數減法演算流程分析可知，分數減法的演算方式共有兩種：

(一) 方法A：先將帶分數（或整數）化爲假分數，然後相減。

## (二) 方法B：將分數和整數分開處理。

據此，本研究再進行試題題型與演算歷程之工作項目分析，擬訂「分數減法診斷測驗」各題題目成份之細目表（表一），共計三十二題。其中，「整數與分數的減法」為題型I、「分母相同的真分數減法」為題型II、「分母不同的真分數減法」為題型III、「同分母的帶分數減法、減數分子大於被減數分子」為題型IV、「同分母的帶分數減法、減數分子小於被減數分子」為題型V、「異分母帶分數減法、減數分子大於被減數分子」為題型VI、「異分母帶分數減法、減數分子小於被減數分子」為題型VII。由於，本研究的目的在診斷分析學生

表一 「分數減法診斷測驗」各題目成份細目表

註：1. A代表屬於方法A的成份；B代表屬於方法B的成份；C代表方法A與方法B共有的成份

2. N代表整數、M代表帶分數、F代表真分數

3 LCD代表兩分母的最小公倍數

4.0表示演算該類型題目不需用到的成份；1表示演算該類型題目需用到的成份

分數減法演算歷程，為避免分子分母的數值影響學生的答題狀況，而模糊學生在處理各分數減法試題內容成份的能力，因此，在試題編擬時，分子與整數部份均限制在個位數，而分母也限制在數值20以內。

三、資料分析

施測所得資料以MicroCAT、BIGSTEPS、LINLOG等心理計量軟體分析古典真分數模式的題目難度、鑑別度，以單參數潛在特質模式的題目難度參數、題目適合度及受試個人適合度、以及分析線性logistic的潛在特質模式的成份難度參數、題目難度參數、Rasch模式的題目難度參數，並運用SPSS-PC的集群分析進行演算歷程分析。

結果與討論

本研究以試題參數分析、適合度分析、不同題目結構分析模式的內容成份分析，來檢驗聽障組與普通組在「分數減法診斷測驗」的效度，並以參數估計值說明兩組間能力差異的情形，據此建構「成份組型診斷分析模式」與「能力值與內外適合度診斷分析模式」，以分析診斷學生分數減法能力之「認知狀態」，並比較此兩項診斷分析模式在診斷聽障組與普通組學生分數減法演算歷程的效度。

## 一、聽障組與普通組「分數減法診斷測驗」題目參數分析

## (一) 傳統題目參數分析

表二顯示，由於受到數學能力低落的影響，聽障組的題目答對率數值全面偏低；而普通組難度值界於.920至.677之間，平均值為.781，試題難度大致符合診斷測驗的標準。此外，聽障組題目鑑別度指數（二系列相關）界於.663至1.00之間，普通組界於.754至1.000之間，均極為理想。聽障組的鑑別度大部份均高於普通組，主要可能由於聽障學生數學程度個別差異較大所致。

## (二) 項目反應理論的題目參數分析

## 1. 項目反應理論模式適合度研究

兩組在各題目鑑別度上差異並不大，其標準差分別為.056與.092，絕大部份的題目鑑別度在平均數.15至~.15之間，大致符合單參數模式相等鑑別力的假定（Hambleton & Swaminathan, 1985），且本測驗以計算題方式呈現，已將答題猜測率的影響減少至最低，因此本研究適宜採用單參數模式進行題目參數分析。

## 2. 適合度考驗

本研究之題目適合度考驗包含卡方考驗與內外適合度考驗。雖有極少數題目之 $\chi^2$ 值明顯偏高，但整體而言，並沒有嚴重偏離單參數模式（表三）；而兩組題目的內適合度與外適合度其平均值均趨近於1，試題的分離指數為7.17、試題分離信度為.98 顯示本研究的三十二個試題在它們定義的能力變項上良好的分離性與信

度。

一般而言，試題適合度值大於2被認為是「正的不適合度」，代表出現「雜訊」(noise)的訊息(Wright & Linacre, 1991)。表四顯示，聽障組與普通組的試題31、1、25、4、17，以及聽障組的試題26、14，普通組的試題6、7、27，其內外適合度至少有一項大於2，其它試題的內外適合度值均小於2，符合Rasch單參數模式。

表二 聽障組與普通組學生「分數減法診斷測驗」傳統題目參數分析

施測 題號	聽障學生(N=581)				普通學生(N=746)			
	難度	二系列		點二系列 相關	難度	二系列		點二系列 相關
		相關	相關			相關	相關	
1	0.370	0.922	0.721	0.817	0.863	0.591		
2	0.358	1.000	0.785	0.800	1.000	0.802		
3	0.258	1.000	0.784	0.724	1.000	0.757		
4	0.329	0.963	0.741	0.772	0.881	0.635		
5	0.267	1.000	0.813	0.779	1.000	0.815		
6	0.318	0.984	0.754	0.795	0.897	0.631		
7	0.391	0.965	0.759	0.847	1.000	0.668		
8	0.194	1.000	0.778	0.677	0.897	0.689		
9	0.306	1.000	0.818	0.752	1.000	0.766		
10	0.241	1.000	0.824	0.695	0.947	0.720		
11	0.485	0.909	0.725	0.885	1.000	0.712		
12	0.349	1.000	0.815	0.817	1.000	0.798		
13	0.370	0.981	0.767	0.836	1.000	0.716		
14	0.329	0.960	0.739	0.780	0.985	0.704		
15	0.343	1.000	0.788	0.847	1.000	0.709		
16	0.325	1.000	0.810	0.785	1.000	0.826		
17	0.403	0.923	0.728	0.849	1.000	0.679		
18	0.415	1.000	0.802	0.817	1.000	0.841		
19	0.258	1.000	0.808	0.757	1.000	0.758		
20	0.702	0.723	0.548	0.920	1.000	0.646		
21	0.236	1.000	0.821	0.737	1.000	0.763		
22	0.282	1.000	0.814	0.705	0.990	0.749		
23	0.236	1.000	0.822	0.749	1.000	0.792		
24	0.299	1.000	0.831	0.761	1.000	0.764		
25	0.559	0.720	0.572	0.879	1.000	0.637		
26	0.501	0.636	0.507	0.845	1.000	0.701		
27	0.236	1.000	0.819	0.747	1.000	0.791		
28	0.263	1.000	0.799	0.741	1.000	0.743		
29	0.213	1.000	0.839	0.697	1.000	0.772		
30	0.270	1.000	0.835	0.745	1.000	0.761		
31	0.348	0.903	0.701	0.711	0.754	0.568		
32	0.234	1.000	0.768	0.735	1.000	0.780		
平均數	0.334	0.956	0.764	0.781	0.975	0.728		
標準差	0.109	0.092	0.082	0.061	0.056	0.069		

表三 聽障組與普通組學生「分數減法診斷測驗」題目參數分析

施測 題號	聽障學生(N=581)					普通學生(N=746)					
	單參數模式			二參數模式		單參數模式			二參數模式		
	b	$\chi^2$	$\text{df}$	a	b	$\chi^2$	b	$\chi^2$	a	b	$\chi^2$
1	-0.485	51.710	1.398	0.394	21.110	-0.388	86.443	0.847	-1.429	36.638	
2	-0.355	16.397	1.974	0.396	8.026	-0.138	14.823	1.680	-0.932	21.987	
3	0.853	30.516	1.967	0.790	6.131	0.772	10.345	1.701	-0.527	24.892	
4	-0.027	46.056	1.508	0.540	25.596	0.229	56.146	0.959	-1.043	38.901	
5	0.737	18.039	2.048	0.758	14.323	0.146	16.276	1.831	-0.774	20.280	
6	0.093	28.394	1.634	0.568	19.808	-0.064	41.286	0.956	-1.184	32.100	
7	-0.702	24.631	1.735	0.291	11.912	-0.864	18.282	1.110	-1.453	18.308	
8	1.805	14.940	2.462	1.007	9.789	1.223	16.729	1.496	-0.383	55.409	
9	0.236	13.397	2.046	0.593	10.433	0.467	16.091	1.537	-0.695	46.589	
10	1.092	16.574	2.477	0.787	11.969	1.062	11.986	1.584	-0.430	34.032	
11	-1.637	23.103	2.006	-0.038	25.003	-1.629	4.908	1.408	-1.673	12.750	
12	-0.260	20.816	2.051	0.428	8.103	-0.388	17.583	1.662	-1.052	9.353	
13	-0.485	31.305	1.704	0.368	13.976	-0.683	20.182	1.224	-1.315	21.067	
14	-0.027	49.027	1.504	0.541	16.211	0.129	20.705	1.160	-0.976	33.590	
15	-0.184	17.071	1.827	0.461	19.921	-0.864	19.558	1.221	-1.399	20.426	
16	0.013	15.822	2.108	0.511	10.573	0.060	30.346	1.907	-0.800	21.137	
17	-0.826	34.406	1.584	0.259	17.917	-0.911	15.971	1.103	-1.478	18.369	
18	-0.948	28.316	2.348	0.180	8.195	-0.388	28.531	1.971	-1.002	17.689	
19	0.853	13.654	2.009	0.786	7.021	0.405	19.685	1.471	-0.740	17.129	
20	-3.899	22.004	2.055	-0.705	62.010	-2.556	4.753	1.399	-2.058	10.727	
21	1.166	18.860	2.478	0.832	7.152	0.630	9.084	1.643	-0.599	22.816	
22	0.535	26.839	2.098	0.682	12.129	0.960	8.839	1.711	-0.447	37.728	
23	1.166	23.293	2.418	0.864	8.208	0.497	13.876	1.808	-0.622	12.307	
24	0.320	22.531	2.159	0.601	8.438	0.358	8.567	1.566	-0.735	26.215	
25	-2.342	145.713	1.114	-0.264	112.652	-1.482	26.954	1.077	-1.748	26.213	
26	-1.785	330.174	0.837	-0.040	106.652	-0.841	20.176	1.206	-1.395	22.035	
27	1.166	16.799	2.313	0.867	7.525	0.527	31.413	1.834	-0.605	34.463	
28	0.783	18.304	1.981	0.767	9.358	0.587	6.423	1.479	-0.658	43.364	
29	1.502	27.232	2.465	0.967	13.355	1.037	17.187	2.119	-0.353	32.926	
30	0.692	21.832	2.417	0.715	10.427	0.542	14.973	1.517	-0.667	96.462	
31	-0.241	54.565	1.359	0.484	19.396	0.907	87.281	0.846	-0.791	69.518	
32	1.191	24.932	1.863	0.902	8.187	0.659	16.339	1.849	-0.546	30.337	
平均數	-4.163E-17	38.977	1.936	.509	20.360	3.1250E-05	22.867	1.465	-0.953	30.180	
標準差	1.207	58.241	.413	.376	25.554	0.880	19.797	0.343	.441	17.869	

計； $a$ 為鑑別度參數； $b$ 為難度參數

表四 聽障組與普通組學生分數減法診斷測驗題目適合度及估計誤差

施測 題號	聽障學生(N=581)		估計 誤差	普通學生(N=746)		估計 誤差
	內適合度	外適合度		內適合度	外適合度	
1	3.0	2.8	.14	5.5	3.9	.14
2	- .4	- .9	.14	-2.2	-1.5	.14
3	.1	-1.4	.16	-1.6	-1.6	.12
4	2.3	.5	.14	4.2	2.7	.13
5	-1.5	-1.8	.15	-3.1	-2.2	.13
6	1.7	.1	.14	4.2	3.1	.14
7	.4	1.7	.14	2.2	1.5	.15
8	-2.1	-1.7	.17	.1	-.5	.11
9	-1.7	-2.0	.15	-1.2	.1	.13
10	-2.9	-1.9	.16	1.0	-.2	.11
11	-.5	.3	.13	-.2	.2	.18
12	-2.1	-1.9	.14	-2.0	-2.1	.14
13	-.3	.9	.14	.8	.6	.15
14	2.4	.6	.14	1.7	.8	.13
15	-.2	-.9	.14	1.0	.2	.15
16	-1.4	-1.3	.14	-3.7	-2.0	.13
17	2.1	1.3	.13	2.1	1.9	.16
18	-3.0	-1.9	.13	-4.2	-2.5	.14
19	-1.4	-1.7	.16	-.8	-1.1	.13
20	.6	.3	.16	.0	-.1	.21
21	-2.5	-2.2	.16	-1.6	-1.1	.12
22	-1.4	-1.4	.15	-1.7	-1.3	.12
23	-3.0	-2.0	.16	-2.8	-2.4	.12
24	-2.5	-2.4	.15	-1.0	-2.0	.13
25	6.4	3.1	.13	2.2	2.8	.17
26	9.9	7.5	.13	1.9	.0	.15
27	-2.6	-2.2	.16	2.6	-2.5	.12
28	-.8	-1.0	.15	-.4	-.4	.12
29	-5.6	-2.8	.17	-3.5	-2.6	.11
30	-2.7	-2.8	.15	-1.1	.3	.12
31	4.0	2.2	.14	5.9	4.1	.12
32	.1	-.3	.16	-2.7	-1.9	.12

表五 「分數減法診斷測驗」方法A與方法B的試題內容成份表

成 份	題目內容結構分析模式			試 題 內 容 成 份																															
	一	二	三	四	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
方法 A																																			
將帶分數化為假分數	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1		
將 $a(b/c)$ 化為 $(ac+b)/c$	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1		
將 $d(f/e)$ 化為 $(de+f)/e$	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1		
將整數化為假分數或帶分數	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
通分	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1		
$LCD = c \cdot f$ ( $c, f$ 為質數)	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$c$ 是( $f$ 或 $c$ 為)的因數	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	
$c, f$ 不互質且為 $LCD$ 的因數	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
分子相減涉及借位	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	
化簡答案	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	
答案約分	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
答案轉換為帶分數	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	

表五 「分數減法診斷測驗」方法A與方法B的試題內容成份表（續）

成份 份	題目內容結構分析模式	試題內容成份																																		
		一二	三四	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	
方法B	區分a和d；b/c和f/e	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	將整數化為假分數或帶分數	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	通分	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0
	LCD=c*f(c,f互為質數)	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	c是f(或f為c)的因數	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	c,f不互質且為LCD的因數	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	分子相減需自整數借1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	分子相減涉及借位	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	化簡答案(約分)	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

註：1.題目成份模式中，1表示該成份是模式所分解的試題內容成份；0表示該成份不是模式所分解的試題內容成份

2.試題內容成份中，0表示演算該類型題目不需用到的成份；1表示演算該題目需用到的成份

表六 聽障組與普通組「分數減法診斷測驗」方法A與方法B的LLTM模式估計題目難度參數( $\sigma$ )與Rasch模式的常態化題目難度參數(b)的比較

	聽障組學生(N=581)				普通組學生(N=746)			
	模式一	模式二	模式三	模式四	模式一	模式二	模式三	模式四
方法A								
Logistic模式與								
Rasch模式題目難度	.78095	.80100	.85725	.87152	.66788	.70003	.76465	.78549
估計值的相關(r)								
決定係數(r <sup>2</sup> )	.60989	.64160	.73488	.75955	.44606	.49002	.58468	.61699
增加量	.60989	.03191	.09328	.02467	.44606	.04396	.09466	.03231
方法B								
Logistic模式與								
Rasch模式題目難度	.88200	.88995	.89867	.91405	.78192	.79745	.79867	.81022
難度估計值的相關								
決定係數(r <sup>2</sup> )	.77793	.79202	.80762	.83550	.61140	.63593	.63787	.65647
增加量	.77793	.01409	.02969	.02789	.61140	.02452	.00194	.01859

表七 聽障組與普通組「分數減法診斷測驗」方法A與方法B試題內容成份模式四各成份難度參數估計表

試題內容成份模式	聽障組學生(N=581)			普通組學生(N=746)		
	成份難度 參數( $\eta$ )	估計 標準誤	常態化 常數(d)	成份難度 參數( $\eta$ )	估計 標準誤	常態化 常數(d)
方法A						
將a(b/C)化為(ac+b)/c	1.4870960	.09885		.5038572	.09027	
將d(f/e)化為(de+f)/e	-.3966080	.06618		-.3441862	.05581	
將整數化為假分數或帶分數	1.8428590	.11637		.6124228	.11610	
LCD=c*f(c,f互為質數)	1.0487280	.07496		.6589817	.07502	
c是f(或f為c)的因數	1.4003920	.08049		.7042640	.06499	
c,f不互質且為LCD的因數	1.7925790	.07851		1.1298390	.06768	
分子相減涉及借位	.0920386	.05293		-.0891734	.04669	
答案約分	.9774401	.06837		.7927234	.06054	
答案轉換為帶分數	-.1271231	.08140		.0442910	.07451	
		-2.08934				-.99986
方法B						
區分a和d；b/c和f/e	.8461190	.09393		.1866939	.06038	
將整數化為假分數或帶分數	.8853766	.10908		.3597591	.10847	
LCD=c*f(c,f互為質數)	1.2591100	.09792		.6717310	.08119	
c是f(或f為c)的因數	1.3588650	.11361		.6782402	.06718	
c,f不互質且為LCD的因數	1.9426010	.07746		1.0875110	.07746	
分子相減需自整數借1	.8657734	.06559		.3912185	.05136	
分子相減涉及借位	.1912749	.06882		.1038636	.05579	
化簡答案(約分)	1.2613920	.06015		.8507673	.06148	
		-2.40847				-1.12098

## (一) 題目內容結構分析模式的適合度分析

表六顯示，聽障組與普通組的線性logistic模式與Rasch模式題目難度的估計相關值均隨著題目內容結構分析模式的成份數量的增加而遞增。聽障組在方法A模式一中線性logistic模式與Rasch模式所估計的題目難度其相關在.780，決定係數為.610，普通組的相關在.667，決定係數為.446；在以九個內容成份估計題目難度的模式四中，聽障組線性logistic模式與Rasch模式題目難度的估計相關則增加至.87，決定係數為.758。普通組相關值則增加至.79，決定係數為.616。在方法B模式一中線性Logistic模式與Rasch模式所估計的題目難度相關，聽障組為.882，決定係數為.778；而普通組的相關為.781，決定係數增加量為.093，而當模式四

決定係數為.611。在模式四中，聽障組Rasch模式的題目難度估計的相關，增加至.914，決定係數為.835，普通組的相關則為.81，決定係數為.656。因此，以模式的決定係數而言，方法A與方法B均以模式四的成份分析較能解釋聽障組與普通組學生題目難度的變異。

從方法A題目難度估計值決定係數的增加量可以發現：聽障組當模式一的成份「將帶分數化為假分數」在模式二中再分解為成份「將a(b/c)化為(ac+b)/c」與成份「將d(f/e)化為(de+f)/e」時，決定係數的增加量為.032；當模式三將成份「通分」再分解為「CD=c\*f(c,f互為質數)」、「c是f(或f為c)的因數」與「c,f不互質且為CD的因數」，決定係數增加量為.093，而當模式四

同時將成份「將帶分數化為假分數」與成份「通分」按模式二與模式三的形式加以分解，而得到一個九成份的題目內容結構分析模式，其決定係數的增加量為.025；而普通組由模式一至模式二，決定係數增加量為.044，由模式二至模式三、模式三至模式四，決定係數增加量分別為.095與.032。可知以「通分」為單獨一個成份時，題目中尚含有共同未抽出的成份，一旦抽取出其中的獨特成份，則會增加線性logistic模式與Rasch模式所估計的題目難度的相關值，因此，成份「通分」可再細分出其他具有獨特性質的成份。

從方法B的線性logistic模式與Rasch模式題目難度估計值決定係數的增加量則顯示：聽障組當去除模式一成份「區分a和d；b/c和f/e」並將成份「通分」分解為「 $CD=c*f$ （c, f互為質數）」、「c是f（或f為c）的因數」與「c,f不互質且為CD的因數」，決定係數增加量為.014；模式三以成份「區分a和d；b/c和f/e」取代模式二的成份「將整數化為假分數或帶分數」，決定係數增加量為.029；模式四同時保留成份「區分a和d；b/c和f/e」與成份「將整數化為假分數或帶分數」，決定係數增加量為.027；而普通組由模式一改變為模式二，決定係數增加量為.025，由模式二改變為模式三、模式三改變為模式四，決定係數增加量分別為.002與.019。雖然增加成份數目即可增加解釋量，但是同時要考慮如何以最少的成份數達到最理想的難度預測力。在本法中聽障組與普通組模式一至模式四的的決定係數增加量均小於方法A的增加量，因此，將本法的模式一成份再細分為模式二、模式三與模式四，以解釋題目難度是否合乎經濟效益值得再加探討。

## (二) 聽障組與普通組「分數減法診斷測驗」試題內容成份難度分析

由上表可知，方法A與方法B的模式四的成份分析較能解題目難度的變異，因此表七進一步顯示模式四各成份難度參數估計。其中，成份「通分」為聽障組與普通組難度參數值最高的成份之一，其次成份「c, f為CD的因數且不

互質」同時屬於兩組中比較困難的成份。但是聽障組「通分」的另兩項成份「 $CD=C*f$  ( $c, f$ 互為質數)」，以及「 $c$ 是 $f$ 或 $f$ 是 $c$ 的因數」的成份難度參數高出普通組甚多，顯示三種「通分」類型對於聽障組學生均屬較難的成份，而對於普通組學生而言，僅當通分為「 $c, f$ 為 $CD$ 的因數且不互質」的情況才會發生困難。

而在難度參數值較低的成份中，兩組學生均以方法A與方法B的成份「分子相減涉及借位」，以及方法A的成份「答案轉換成帶分數」，可知這兩個成份對兩組學生而言，是比較容易的成份，這可能由於本成份屬於借位減法的範圍，對學生而言比較簡單，故對分數減法演算的正確性影響不大。而將帶分數化為假分數中的「將 $d(f/e)$ 化為 $(de+f)/e$ 」成份難度參數值最低，可能是由於成份「將帶分數化為假分數」被分為成份「將 $a(b/C)$ 化為 $(ac+b)/c$ 」與成份「將 $d(f/e)$ 化為 $(de+f)/e$ 」時，在線性logistic模式的分析中成份難度參數均落入成份「將 $a(b/c)$ 化為 $(ac+b)/c$ 」，致使第二個成份「將 $d(f/e)$ 化為 $(de+f)/e$ 」的難度參數急遽降低，這並不意味第二個成份的難度遠低於第一個成份難度，而是難度為先前的成份所吸收的緣故。

### 三、聽障學生與普通學生分數減法演算 歷程診斷模式之分析

在學生分數減法演算歷程的「認知狀態」之差異上，本研究同時採用「成份組型診斷分析模式」與「能力值和內外適合度的診斷分析模式」加以診斷，以試題成份難度參數分析的結果，在方法A選擇成份難度參數值較高的成份「將整數化帶分數」、「整數化假分數」、「通分」與「答案約分」；在方法B選擇成份「整數化假分數」、「通分」、「分子相減自整數借1」與「答案約分」為認知診斷分析模式的診斷單位。

表十顯示方法A與方法B的「分數減法診斷測驗的各集群的成份組型與試題成份」，以四種成份所構成十六種成份組型，作為歸類學生分數減法所屬「認知狀態」的依據，各成份組型中各題答對或答錯的情況，則構成該「認知

狀態」的「理論反應組型」。

本研究所建構之「成份組型診斷分析模式」，係運用集群分析，直接以「理論反應組型」為「分類集群中心」(classification cluster centers)，以學生個人在試題上實際答對或答錯的「實際反應組型」作為分類的對象，來診斷個人分數減法演算能力所屬「認知狀態」的一種分析模式。而「能力值與內外適合度診斷分析模式」，則透過項目反應理論對「理論反應組型」再進行能力值  $\theta$  與內適合度 (infit)、外適合度 (outfit) 的估計，並以此為「分類集群中心」，同時以個人「實際反應組型」所估計的能力值  $\theta$  與內外適合度做為指定分配集群的觀察值，以診斷個人分數減法演算能力所屬的「認知狀態」。

### (一) 「成份組型診斷分析模式」之分數減法演算歷程分析

在方法A與方法B的「成份組型診斷分析模式」之分數減法演算歷程分析中，聽障組與普通組學生被歸類於十六種成份組型的人數分配均達顯著差異( $\chi^2 = 451.886$ ,  $P < .001$ ;  $\chi^2 = 454.932$ ,  $P < .001$ )，即兩組在分數減法能力各「認知狀態」的人數分配並不一致。聽障組學生主要集中在全錯的成份組型，其次則為全對的成份型，普通組學生反之，其結果均顯示兩組能力差異極大。

「成份組型診斷分析模式」中各成份組型人數分配的多寡，可能與試題的內容成份難度有關。就常理而言，會有較多的學生被歸類在試題內容成份難度順序相符的成份組型；而僅會有少數的學生屬於試題內容成份難度順序不相符的成份組型，此種狀況可能隱含著不尋常的訊息，值得再個別深入診斷其中的原因。

表八 「數學分數減法診斷測驗」方法A與方法B的各族群的成份組型與試題成份

註：1方法A中，成份組型1表示「將整數化帶分數」；2表示「整數化假分數」；3表示「通分」；4表示「答案約分」。

2. 方程式B中，成分模型 1 表示「整數部分」；2 表示「分子相減自整數借 1」；3 表示「通分」；4 表示「答案約分」。

3.各成份組型中，1 表示具有處理該成份的能力；0表示不具有處理該成份的能力。

4. 各理論反應組型中，1表示該題答對；0表示該題答錯。

表九 聽障組與普通組學生在「成份組型診斷分析模式」與「能力值與內外適合度診斷分析模式」之分數減法演算歷程分析結果

集群	方法 A						方法 B						$\chi^2$	p		
	聽障學生		能力平均值	普通學生		能力平均值	能力平均值	普通學生		能力平均值						
	人數	百分比	人數	百分比	人數	百分比	人數	百分比	人數	百分比	人數	百分比	人數	百分比		
成份組型診斷分析模式																
1	25	.04	.0425	22	.03	.0860	451.886	.000	34	.06	-.1301	.27	.04	-.0598	454.932	.000
2	25	.04	-1.0461	30	.04	-.8154			32	.06	-1.0891	.40	.05	-.9370		
3	12	.02	-.7560	8	.01	-.6184			13	.02	-.8416	.8	.01	-.9416		
4	12	.02	-2.4661	12	.02	-.1.5357			18	.03	-2.0808	1	.00	-.7210		
5	288	.50	-3.8578	53	.07	-3.4855			306	.53	-3.7481	.60	.08	-3.3070		
6	46	.08	-1.5313	16	.02	-1.4080			20	.03	-1.3349	.10	.01	-1.1283		
7	5	.01	-.6718	3	.00	-.9090			0	.00	0.000	0	.00	0.0000		
8	10	.02	-1.2684	2	.00	-.5630			0	.00	0.000	0	.00	0.0000		
9	126	.22	3.1162	557	.75	3.2399			131	.23	3.0622	.572	.77	3.2046		
10	11	.02	.8279	17	.02	1.0465			12	.02	.7802	.20	.03	.9541		
11	8	.01	1.3936	17	.02	1.7825			7	.01	.7457	.5	.01	.6360		
12	2	.00	.0085	2	.00	.3310			1	.00	.2430	0	.00	0.0000		
13	1	.00	.5560	1	.00	.0400			4	.01	.3213	2	.00	.5740		
14	5	.01	.4948	1	.00	-.1070			3	.01	.7173	1	.00	-.1070		
15	3	.01	.7800	5	.01	.6052			0	.00	0.000	0	.00	0.0000		
16	2	.00	.5615	0	.00	.0000			0	.00	0.000	0	.00	0.0000		
能力值與內外適合度診斷分析模式																
1	36	.06	.3439	28	.04	.1494	454.699	.000	74	.13	-.0931	.33	.04	.1691	484.632	.000
2	43	.07	-1.4198	24	.04	-.8043			18	.03	-1.1625	.25	.03	-.8057		
3	44	.08	-.6658	27	.04	-.6234			9	.02	-1.0521	.18	.02	-.1298		
4	30	.05	-2.2214	9	.01	-1.6936			41	.07	-2.7132	.7	.01	-1.9994		
5	199	.34	-4.4798	31	.04	-4.1788			216	.37	-4.4322	.40	.05	-3.9383		
6	43	.07	-3.2899	13	.02	-2.9938			69	.12	-1.9862	.24	.03	-1.7914		
7	19	.03	-1.8184	11	.01	-1.5449			0	.00	0.000	0	.00	0.0000		
8	15	.03	-2.4255	7	.01	-2.3580			0	.00	0.000	0	.00	0.0000		
9	43	.07	4.4991	250	.34	4.1424			62	.11	4.2132	.276	.37	4.1030		
10	48	.08	1.6651	195	.26	2.0206			40	.07	2.0461	.255	.34	2.3199		
11	40	.07	3.2025	137	.18	3.0255			22	.04	2.3206	.52	.07	2.3667		
12	3	.01	-.2347	3	.00	1.6960			13	.02	.0813	.8	.01	.2065		
13	0	.00	.0000	0	.00	.0000			7	.01	-.2820	.6	.01	-.4107		
14	1	.00	.8800	1	.00	-.1070			10	.02	.7838	2	.00	1.2080		
15	14	.02	.3344	1	.00	.9410			0	.00	0.000	0	.00	0.0000		
16	3	.01	.0830	9	.01	-.1776			0	.00	.0000	0	.00	.0000		

## (二) 「能力值與內外適合度診斷分析模式」之分數減法演算歷程分析

在方法A與方法B「能力值與內外適合度診斷分析模式」之分數減法演算歷程分析中，聽障組與普通組學生其被歸類於十六種成份組型的人數分配達顯著差異 ( $\chi^2=454.699$ ,  $P<.001$ ;  $\chi^2=484.632$ ,  $P<.001$ )，即兩組在分數減法能力各「認知狀態」的人數分配並不一致。聽障組學生主要集中在全錯的成份組型，而普通組學生反之，主要集中於全對的成份組型。

本部份的研究結果和「成份組型診斷分析模式」之分數減法演算歷程分析結果相同，學生在「成份組型診斷分析模式」所歸屬的各成份組型人數分配同樣呈現多寡不同的情況。除了可以從前面所論可能與試題的內容成份難度

順序加以解釋外，「能力值與內外適合度診斷分析模式」更利用各成份組型所構成的「理論反應組型」所估計而得的內適合度與外適合度，做為該成份組型作答反應的非預期行為之指標，如同前述：適合度值大於2被認為是「正的不適合度」指出了「雜訊」的訊息，因此，違背試題內容成份難度順序的成份組型傾向於有較大正值的內、外適合度，而兩組被歸類於其中的人數也因此相對地減少。

## (三) 診斷分析模式有效性之比較

本研究以各集群中各題兩者間積差相關的平均值，做為比較「成份組型診斷分析模式」與「能力值與內外適合度診斷分析模式」效度的依據。研究結果如下：聽障組與普通組均以方法B「成份組型診斷分析模式」最能有效診

斷學生的認知組型（相關平均值分別為.747與.650），其他依次為方法A「成份組型診斷分析模式」（相關平均值分別為.643與.581）、方法B「內外適合度與能力值之診斷分析模式」（相關平均值為.456與.384）、方法A「內外適合度與能力值診斷分析模式」（相關平均值為.418與.373）。

歸納本研究所設計的兩種能力診斷分析模式顯示，無論聽障組或普通組學生，「成份組型診斷分析模式」均最能有效診斷學生分數減法演算能力的「認知狀態」。此可能由於「能力值與內外適合度診斷分析模式」，尚須利用項目反應理論估計「分類群落中心」的數值，故造成能力診斷分析的結果，無法比直接使用「理論反應組型」為「分類群落中心」的「成份組型診斷分析模式」更為有效。就演算歷程中使用的方法而言，無論採用「成份組型診斷分析模式」或「能力值與內外適合度的診斷分析模式」，方法B診斷分析的有效性均優於方法A，此係兩組學生中使用方法B的人數較多，致使對學生實際「認知狀態」的歸類也就較為準確。而聽障組運用兩模式診斷分析結果，其有效性均優於普通組，其原因推斷為聽障學生「分數減法診斷測驗」上非全對或全錯的人數較多，而比較能有效歸類出其所屬的成份組型。

## 結論與建議

### 一、研究結論

從研究結果可以發現，無論聽障組或普通組「成份組型診斷分析模式」均較「能力值與內外適合度診斷分析模式」更能有效歸類學生能力所屬的「認知狀態」。雖然，項目反應理論在統計上比傳統測量理論更具有絕佳的特點，且對本研究「分數減法診斷測驗」的構念效度提供了精確的檢驗，但是，以集群分析設計能力診斷分析模式時，再使用項目反應理論進行能力值與內外適合度的估計，則未必會增加能力診斷結果的準確性，可知以原始反應組型所設計的診斷分析模式依然有其優勢存在。不僅

在診斷分析方式更為簡單而易於理解，極有助於教師進行學生能力的診斷分析。

再者，從研究結果亦支持「分數減法」是具有結構性的知識，知識的學習是學習者與外界交互作用的結果，是一種主動建構的歷程。本研究透過作業結構分析得以較周全地分解演算「分數減法」所需的內容成份，而線性logistic模式的試題內容成份分析，更詮釋了各成份結構間的關係。因此，在心理計量的構念效度分析中，由聽障組與普通組學生試題內容成份參數間的變異，可反映出兩組學生能力差異的狀況，進而闡釋學習建構論與知識結構觀在試題編製與能力診斷上的意義。

聽障學生在分數減法演算上所具有的獨特困難，可以從成份難度的參數估計看出。其中最為明顯者為四項題目內容結構分析模式中，成份「通分」雖均為聽障組與普通組難度參數值最高的成份，然而，普通組僅在成份「通分」中之三項次成份中的「c, f為CD的因數且不互質」具有較高的難度，而聽障組則在此三項次成份的難度均高，研究中類似的訊息都可提供聽障教師在進行教學與編擬教材時重要的參考。

在線性logistic模式對聽障組與普通組試題難度的解釋量上，顯示兩組的線性logistic模式與Rasch模式題目難度的估計相關值均隨著題目內容結構分析模式的成份數量之增加而遞增，試題內容成份模式四的成份分析較能解釋聽障組與普通組學生題目難度的變異，因此，線性logistic模式提供了以結構的方式建構測驗試題內容方式，將來測驗編製如能運用預先決定試題各項成份間的關係，明確地檢驗Messick、Angoff與Cronbach對於試題「構念效度」所提出的新定義，對於測驗設計與編製提供更大的俾益。

而運用本研究所建構的能力診斷分析模式，對個別學生能力「認知狀態」的診斷分析結果發現，聽障組與普通組學生在「成份組型診斷分析模式」與「能力值與內外適合度診斷分析模式」中，被歸類於十六種成份組型的人數分

配均達顯著差異。聽障組學生主要集中在全錯的成份組型，而普通組學生主要集中在全對的成份組型，同樣反應出兩組學生能力的差異。而被分配於各成份組型人數，推測與試題的內容成份難度有關，通常，學生的「認知狀態」應多屬於與試題內容成份難度順序相符的成份組型；此外，從成份組型的內外適合度而言，由於違背試題內容成份難度順序的成份組型傾向於有較大正值的內、外適合度，故兩組學生被歸類於其中的人數也因此相對地減少。

## 二、研究建議

### (一) 分數學習研究方面的建議

本研究在能力診斷分析模型的發展過程中，運用作業結構分析與線性logistic模式說明了「分數減法」在知識上的結構性，顯示學生所擁有的知識是學習時與外界環境互動的結果。個人的知識是以相當規律而有意義的方式組織，知識是一組可修正的結構，是形諸過去經驗到的事件、情境、與事件順序間關係的集合。本研究雖然從表面上反映出聽障學生與普通學生個人對於分數減法各自擁有不同的「認知狀態」，但是對於這些知識結構背後所蘊含的意義，則尚需進一步加以研究。

知識結構的形成與個人生活經驗有關，解答相同的問題時，由於各人所擁有的結構不同，則題目所形成的初始條件和解題過程自然有所差異。知識結構雖可概略地說明聽障學生缺乏正常的聽覺學習管道，可能會影響正確的分數減法演算，但是，在本研究中並無法進一步地解釋聽力損失是如何影響學生分數「認知狀態」的形成，亦即無法說明學生分數概念與分數減法演算能力間的關係。由於，學生分數減法的演算能力主要奠基於對分數概念的理解與統合應用，所以此項關係的釐清對於數學教學深具重要性。在後續研究中，可再以晤談法或其他實驗心理學研究方法加以探討，以更充分瞭解聽覺學習管道的缺損是如何影響學生分數的學習，更深入解釋不同知識結構對於個人能力表現的影響，以提供日後建立聽覺障礙教學法的依據。

### (二) 數學教學研究方面的建議

數學分數概念的學習涉及真實世界（具體物）、數學語言與符號三種表徵間的轉換歷程；兩個有理數在比較大小時，是屬於乘法關係中數值變異的問題，學生必需能夠比較 $a/b$ 至 $c/d$ 間是否存在著一種透過 $a$ 至 $c$ 、 $b$ 至 $d$ 來加以定義的轉換，而判定出 $a$ 和 $b$ 的乘法關係所產生變異，因此，數學課程需要提供經驗以協助聽障學生建構分數和比例均等性的直觀知識。

本研究以兩項能力診斷分析模式，說明建構能力診斷分析模式的過程，本質上，透過能力診斷分析模式的運作，可以直接受地得知學生能力的「認知狀態」，提供教師教學時對學生個別起始學習狀況的瞭解。但是，如何根據不同的能力「認知狀態」所應相對採用的數學教學方法，以配合診斷分析結果提出適配的教學模型，在未來的研究中相當地重要。

本研究雖然從學習建構歷程的觀點，診斷聽障學生分數減法的潛在認知歷程，但其所得訊息並不足以完全幫助教師實施建構的教學模式，所以如何將學生潛在「認知狀態」評量的結果，真正落實在數學教學的過程中，聽障教師在數學教學的過程中，如何以實物配合語言精煉學生的數學抽象概念學習，啓迪聽障學生數學學習，實是後續研究中的重點，同樣也是未來教學模型的研究中，亟待強調的課題。

## 參考文獻

### 一、中文部份

- 林寶貴、李如鵬（民79）：聽覺障礙學生數學能力測驗之編製及其相關因素之研究。國立彰化師範大學特殊教育學系。
- 林寶貴、鍇寶香（民80）：高職階段聽覺障礙學生國語文與數學能力之研究。特殊教育學刊，7期，109-128頁。
- 翁素珍（民77）：國小六年級聽覺障礙學生數學能力之分析。臺灣教育學院特殊教育研究所碩士論文（未出版）。
- 洪振方（民83）：從孔恩異例的認知與論証探

- 討科學知識的重建。臺灣師範大學科學教育研究所博士論文（未出版）。
- 許榮富、洪振方（民81）：科學知識能力變項的建構與診斷分析。中華民國第八屆科學教育學術研討會論文彙編，553-582頁。
- 許榮富、洪振方（民82）：RASCH部份給分模式在科學知識理解之測量分析。中國測驗學會測驗年刊，40輯，153-168頁。
- 黃桂君（民80）：皮亞傑認知發展學說與聽覺障礙兒童認知能力之探討。特殊教育季刊，38期，25-31頁。
- 黃桂君（民84a）：聽覺障礙學生分數減法演算歷程之診斷分析。台灣師範大學特殊教育研究所博士論文（未出版）。
- 楊文金（民80）：形成假說技能試題之結構分析研究。臺灣師範大學科學教育研究所博士論文（未出版）。
- 二、英文部份**
- Behr, M. J., Wachsmuth, I., & Post, T. R. (1985). Tasks to assess children's perception of the size of a fraction. In A. Bell, B. Low, and J. K. Kilpatrick (Eds.), *Theory, Research, and Practice in Mathematical Education: Working Group Reports and Collected Papers, Fifth International Congress on Mathematical Education* (pp.179-185). University of Nottingham, United Kingdom: Shell Centre for Mathematical Education.
- Bone, A. A., Carr, J. A., Daniele, V. A., Fisher, R., Fones, N. B., Innes, J. I., Maher, H. P., Osborn, H. G., & Rockwell, D. L. (1984). *Promoting a clear path to technical education*. Washington, D. C.: Model Secondary School for the Deaf.
- Brodinsky, B. (1977). *Defining the Basics of American Education*. Bloomington, Indiana: The phi delta kappa educational foundation.
- Clements, M. A., & Lean, G. A. (1987). *Discrete fraction concepts and cognitive structure*, P. M. E. X II. pp.215-232.
- Craig, H. B., & Gordon, H. W. (1988). Specialized cognitive function and reading achievement in hearing-impaired adolescents. *Volta Review*, 90(6), 287-293.
- Crocker, A., & Algina, J. (1986). *Introduction to classical & modern test theory*. Holt, Rinehart and Winston.
- Delandshere, G. (1985). Diagnostic assessment procedures. In T. Husen & T. N. Poselthwaite (Eds.), *The international encyclopedia of education* (pp.1391-1394). Oxford, England.
- Hambleton, R. K., & Swaminathan, H. (1985). *Item response theory: Principles and applications*. Boston, MA: Kluwer Academic Publishers.
- Johnson, R. C. (1989). Mainstreaming? It all depends .... *Perspectives for Teachers of the Hearing Impaired*, 5(3), 12-15.
- Jorgensen, D. L. (1989). *Participant observation: A methodology for human studies*. Newbury Park, CA: Sage.
- Kluwin, T. (1989). *Effective teaching of hearing impaired students in different environments*. (ERIC Document Reproduction Service. No.ED328049).
- Kluwin, T. N., & Moores, D. F. (1989). Mathematics achievement of hearing-impaired adolescents in different placements. *Exceptional Children*, 55 (4), 327-335.
- Martin, D. S., & Jonas, B. S. (1988). *Cognitive enhancement of hearing-impaired post-secondary students*. (ERIC Document Reproduction Service No.ED309726).
- McArthur, G. N., & Choppin, B. H. (1984). Computerized diagnostic testing. *Journal of Educational Measurement*, 21, 391-397.
- Mertens, D. M., & Kluwin, T. (1986). *Academic and social interaction for hearing*

- impaired high school students.* (ERIC Document Reproduction Service No.ED288830).
- Minsky, M. A. (1975). A framework for representing knowledge. In P. H. Winston (Ed.), *The psychology of computer vision*. New York: McGraw Hill.
- National Research Council (1989). *Everybody Counts*. A Report to the national on the future of mathematics education. National Academy Press, Washington, D. C.
- Novak, J. D. (1988). Learning science and the science of learning. *Studies in Science Education*, 15, 77-101.
- Osberger, M. J. (1986). *Language and learning skills of hearing-impaired students: ASHA monographs number 23*. (ERIC Document Reproduction Service No.ED 280232).
- Pollard, G. (1982). *Variables associated with the educational development of residential deaf children*. Paper presented at the Annual Convention of the American Psychological Association (90th, Washington, D.C., August 23-27, 1982). (ERIC Document Reproduction Service No.ED232352).
- Post, T. R., Wachsmuth, I., Lesh, R., & Behr, M. J. (1985). Order and equivalence of rational numbers: A cognitive analysis. *Journal for Research in Mathematical Education*, 16(1), 18-36.
- Ragosta, M. R. (1985). *Identifying factors that predict deaf students' academic success in college. Final reports*. (ERIC Document Reproduction Service No.ED 270916).
- Ronning, R. R., Glover, J. A., Conoley, J. C., & Witt, J. C. (1987). *The inference of cognition psychology on testing*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Rumelhart, D. E., Norman, D. A. (1983).

- Representation in memory*. Office of Naval Research, Arlington, Va. Personnel and Training Research Programs Office. ONR-8302; UCSD-CHIP -116.
- Schank, R. C., & Abelson, R. (1975). *Scripts, plans, goals, and understanding*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Tatsuoka, K. K. (1991). *Boolean algebra applied to determination of the universal set of knowledge states*. Technical Report-ONR-1, (RR-91-4). Princeton, NJ: Educational Testing Service.
- Thomas, R. M. (1983). A model of diagnostic evaluation. In A. Levy & D. Nevo (Eds.), *Evaluation roles in education*. London: Gordon & Breach.
- Titus, J. C. (1992). *The concept of fractional Number among hearing-impaired student*. Paper presented at the Annual Conference of the American Educational Research Association. (San Francisco, CA, April 20-24, 1992).
- Tripp, A. W., & Barbara, S. (1986). Hinsdale south high school: a view from the mainstream. *Perspectives for teachers of the hearing impaired*, 5(1), 6-10.
- Wittrock, M. C., & Baker, E. L. (Ed.). (1991). *Testing and cognition*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Wolk, S. (1984). The moderating influence of student characteristics on the stability of reading and mathematics assessment over a five-year period. *Journal of Experimental Education*, 52(4), 234-239.
- Zwiebel, A. A. (1988). Mathematics achievement of hearing-impaired students in different educational settings: a cross-cultural perspective. *Volta Review*, 90(6), 287-293.
- You, L., & Schallert, D. (1992). *Examining how prospective teachers come to understand two science constructs, evaporation and condensation, as a result of class discussion and textbook reading*. Paper presented at the 1992 Annual Meeting of American Education Research Association. San Francisco, California.

Bulletin of Special Education 1995, 13, 27 - 44

National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan, R.O.C.

## A COGNITIVE ANALYSIS OF DIAGNOSING PROCESS OF FRACTION SUBTRACTION IN HEARING-IMPAIRED STUDENTS

Kuei-Chun Huang

National Hsin Chu Teachers College

### ABSTRACT

"Fraction Subtraction Diagnostic Test (FSDT)" was designed to develop cognitively diagnostic model which could effectively analyze item responses. It was further used to compare the item responses from the hearing-impaired (HI) students with those from the non-handicapped (NH) students. Total of 1327 subjects, 581 HI students and 746 NH students, were included in this study. The data was analyzed to estimate item parameters, the elementary components parameters, ability value, infit avlue and outfit value by using the Rasch model (RM) and linear logistic model (LLTM). The cognitive states were then diagnosed with the cluster analysis.

The major findings of the study were as follows:

1. The "Attribute Pattern Model" was found to be more effective than "Ability and Fit Value Model" to diagnose the cognitive states of fraction subtraction in both groups.
2. The task analysis and LLTM could successfully decompose the elementary components of fraction subtraction and explain the relationships between the components. The elementary component model IV with higher correlations between item difficulties by using RM and LLTM could better explain the variation of item difficulty in two groups.
3. The values of elementary component parameters reflected differences between both groups. Those in HI group is higher than NH group.

國立臺灣師範大學特殊教育學系，特殊教育中心  
特殊教育研究學刊，民84，13期，45—64頁

## 國小聽覺障礙學生數學口語應用問題 教學效果之實驗研究

洪美連

國立台灣師範大學

本研究旨在探討「修訂基礎數學編序教材」口語應用問題單元的教學，對聽覺障礙學生數學應用問題解題能力與學習態度之影響。

本研究採單一受試倒返實驗設計，樣本取自台北市立金華國小聽覺障礙資源教室三年級的學生共五名，接受為期十二週的實驗教學。教學效果以各單元之題目以及「數學態度量表」、「數學應用問題學習問卷」為評量工具，所得結果以單一受試圖表資料分析法與百分比進行處理，並分析五位受試的解題歷程並歸納其解題錯誤類型。本研究主要結論如下：

1. 五位受試在教學後的答對百分比之成績皆較教學前明顯進步。
2. 五位受試在教學後的得分速率，大致而言皆較教學前進步。
3. 五位受試的數學態度在教學前後之得分均有正向之改變，亦即本研究教學確能增進受試者之數學態度。
4. 五位受試者及其家長與導師對接受教學後數學應用問題之學習態度，大致而言均同意受試者有較正向而積極之改變。
5. 歸納五位受試者在解題歷程中所出現較多之錯誤類型有：(1)計算錯誤(2)數學概念不清(3)題意理解有困難，無法處理多餘訊息(4)不了解單位意義(5)缺乏耐心、胡亂作答、粗心等。

本研究依結論、研究限制提出有關聽障學生數學應用問題在教學及未研究方面之建議，供家長、教師及研究者參考。

### 緒論

#### 一、研究動機與目的

由於聽障學生溝通能力和學習上的限制，

本研究為作者之碩士論文，承盧台華教授指導、  
張蓓莉教授、邱上真教授審查，謹此致謝。

其在數學成就上的表現並不理想，常常落後於一般正常聽力之同儕（翁素珍，民78；林寶貴、李如鵬，民79；林寶貴，鍇寶香，民80；Moores, 1981; Blair, Peterson & Viehweg, 1985; Kluwin & Moores, 1989; Vernon & Andrews, 1990）。許多學者亦均指出聽障學生的教學目